

## Dynamique des populations

Ce sujet m'attire particulièrement dans la mesure où il s'agit en grande partie de mathématiques, mais aussi de programmation. En effet, ma passion pour les modélisations informatiques m'a donné l'envie de créer un modèle à la fois le plus facile à manipuler et le plus proche de la réalité possible.

Mon étude s'inscrit parfaitement dans le thème de l'année. En effet, nous cherchons à modéliser l'évolution d'une population dans un milieu (pays, planète, ...) où des interactions (émigration \ immigration) peuvent se produire et empêcher une extinction (ou explosion) du modèle. Enfin, on peut parler de ruptures d'équilibres avec une étude de la transition démographique.

**Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.**

**Liste des membres du groupe :**

- *ALCARAZ Angelo*
- *MONNIER Clément*

### Positionnement thématique (phase 2)

*MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées), INFORMATIQUE (Informatique pratique).*

### Mots-clés (phase 2)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Dynamique des population</i>	<i>Population dynamics</i>
<i>Modélisation</i>	<i>Modelling</i>
<i>Démographie</i>	<i>Demography</i>
<i>Migration</i>	<i>Migration</i>
<i>Projection démographique</i>	<i>Population Projections</i>

### Bibliographie commentée

Afin de mieux appréhender son environnement, l'être humain, par le biais de la dynamique des populations, étudie les fluctuations des effectifs d'un groupe d'individus quelconques au cours du temps et selon différents facteurs préalablement fixés. La quantification de ces variations de populations nécessitant un cadre précis, les mathématiques sont intimement liées à de telles études. C'est ainsi que Thomas Malthus, économiste libéral, publie en 1798 son "Essai sur le principe de population", dans lequel il présente un des premiers modèles rigoureux de dynamique des populations. Toute population y évolue suivant un modèle géométrique, avec un taux d'accroissement constant, entraînant soit une explosion, soit une extinction de celle-ci [5]. Le modèle de Verhulst, créé en 1840, contredit cette augmentation exponentielle et impose un seuil de croissance relatif à la finitude des ressources. Ces modèles sont réducteurs et annoncent bien les

problématiques qui sont rencontrées lors de l'élaboration de ces modélisations : il est à priori impossible d'obtenir des prédictions exactes compte-tenu du nombre gigantesque de facteurs à considérer. Les modèles qui apparaissent par la suite améliorent cette première approche, notamment en essayant de prévoir les fluctuations des taux de fécondité et de natalité propres aux populations étudiées. P.H Leslie propose donc en 1945 son amélioration du modèle de Malthus structuré en classe d'âges, de tailles, ou de positions géographique. Il prend en compte le fait que ces taux varient en fonction de l'âge et que cette variation a un réel impact sur le résultat d'une modélisation [2]. Ce modèle possède de nombreux avantages, il se sert d'une relation de récurrence matriciel donc est très facile à manipuler et à théoriser. De plus il est très utile en démographie ( dynamique des populations appliquée aux populations humaines ).

Ces modèles ont ensuite été améliorés par l'avènement de la puissance informatique , permettant de pallier la première difficulté de la modélisation de l'évolution de la population : le nombre de paramètres à prendre en compte [3][4]. Des modèles probabilistes ont alors vu le jour, modélisés par des lois continues, permettant encore mieux d'appréhender la complexité de la dynamique des populations humaines. D'autres modèles encore sont liés au calcul différentiel, et juxtaposent les effets de différents facteurs en se servant d'équations aux dérivées partielles. [6]

Dans le cadre de la problématique, la construction de modèles mathématiques, inspirés de modèles existants, est donc envisagée.

L'étude de l'évolution de la population d'un pays au cours du temps a mis en évidence un phénomène de transition démographique : c'est le passage des taux de mortalité et de fécondité d'un pays d'une valeur élevée à une valeur basse de manière décalée dans le temps, créant un fort accroissement de la population. Cet effet est principalement causé par une amélioration de la médecine, menant à une forte baisse de la mortalité , puis de l'amélioration des critères sociaux, supprimant la nécessité d'avoir une descendance , et diminuant donc le taux de fertilité. C'est entre ces deux étapes de l'évolution d'une civilisation qu'une importante croissance démographique se manifeste. [1]

Ce phénomène, étudié depuis le vingtième siècle, démontre notamment l'accroissement démographique qu'ont vécu les populations africaines ou asiatiques le siècle dernier, mais fait aussi l'hypothèse d'un arrêt de cet accroissement. Ceci tend alors à contredire la possibilité d'une surpopulation humaine dans le futur. La modélisation mathématique du phénomène de la transition démographique, pouvant réfuter la surpopulation, n'a encore jamais été étudié, probablement à cause d'un nombre bien trop élevé de paramètres à prendre en compte. De nos jours, la plupart des pays sont en fin de transition démographique.

## **Problématique retenue**

L'étude de transitions démographiques déjà effectuées nous permettra de théoriser cette notion de transition démographique. Les modèles mathématiques que nous avons créés seront alors appliqués à l'étude de l'influence de la transition démographique sur l'évolution d'une population, confirmant

ou infirmant l'hypothèse de la surpopulation.

## Objectifs du TIPE

Je me propose de modéliser de la manière la plus précise possible l'évolution d'une population de 100 classes d'âges grâce à l'utilisation de bases de données [3][4] et d'étudier l'évolution de l'erreur relative de nos prévisions par rapport aux données réelles.

De plus, grâce à un travail de groupe, je proposerai des corrections au modèle choisi, pour mieux répondre à notre problématique.

Enfin, l'analyse de données sur des pays en transition démographique permettra de construire un modèle de transition démographique avec lequel nous pourrions émettre des hypothèses sur la convergence de la population mondiale.

## Abstract

In order to answer our problematics, several models were studied such as Leslie's matrices or the equation of Mc Kendrick-Von Foerster, which enabled us to prepare the ground for a theoretical framework for our future experiments. Two models were developed, a discontinuous and a continuous one, with variable parameters (taking into account immigration, emigration, an encounter rate, etc.. ). Finally, an in-depth study of the used rates allowed us to establish the pattern of an average behavior according to the changes occurred during a demographic shift. Multiple tests using the diverse model and initial states has permitted us to conclude.

## Références bibliographiques (phase 2)

[1] MATHIEU MUCHERIE : Transition démographique : <http://www.melchior.fr/notion/la-transition-demographique>

[2] MATTHIEU ALFARO : Dynamique des populations : *cours pour l'Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck (IMAG)* : <http://ens.math.univ-montp2.fr/~alfaro/poly-dyna-pop.pdf>

[3] Les bases de données : <https://ourworldindata.org/>

[4] Base de données EUROSTAT : <http://ec.europa.eu/eurostat>

[5] DONALD RUTHERFORD : Les trois approches de Malthus pour résoudre le problème démographique : *Population 2007/2 (Vol. 62), p. 253-280. DOI 10.3917/popu.702.0253*

[6] JACQUES ISTATS : Introduction aux modélisations mathématiques pour les sciences du vivant : *Springer, coll. « Mathématiques et Applications » 176 p., 1ère ed, 2000 (19 juin 2000), ISBN : 3540672540*

[7] IAN STEWART : Les mathématiques du vivant ou La clef des mystères de l'existence : *Paris, Flammarion, coll. « Flammarion Documents et Essais », 2013, 474 p., 1ère éd., 2011, traduction par Olivier Coucelle, ISBN : 9782081286740.*

## DOT

[1] *Mise en place et programmation d'un modèle de Leslie , expérimenté sur la France*

[2] *Optimisation régulière du programme précédent en prenant en compte l'immigration et l'émigration pour modifier l'écart à la réalité*

- [3] *Etude du théorème de Perron-Fröbenius dans le but d'étudier une configuration limite, échec de l'application du théorème due à la prise en compte de l'émigration et l'immigration*
- [4] *Elaboration d'un cadre théorique rigoureux visant à modéliser mathématiquement les phénomènes étudiés*
- [5] *Etude d'un modèle continu pouvant réduire encore plus les écarts.*
- [6] *Renseignements et recherche sur la transition démographique , menant à l'analyse de base de données en ligne*
- [7] *Etude de l'évolution des taux de mortalité et fécondité dans le but de modéliser leurs variations durant une transition démographique, notamment leur distributions au sein de la population*
- [8] *Création d'un comportement " moyen " fictif d'un pays vis à vis de la transition démographique dans le but de répondre à la problématique de la surpopulation*